

**Ivana HAVLÍKOVÁ¹, Tomáš PAIL², Hana ŠIMONOVÁ³, Zbyněk KERŠNER⁴,
Václav VESELÝ⁵**

**INICIACE LOMU KVAZIKŘEHKÉHO MATERIÁLU V SIMULOVANÉM ŠTÍPACÍM TESTU
KRYCHLE SE ZÁŘEZEM**

**FRACTURE INITIATION OF QUASI-BRITTLE MATERIAL IN SIMULATED WEDGE-
SPLITTING TEST ON NOTCHED CUBE**

Abstrakt

V příspěvku se sleduje iniciace lomu kvazikřehkého materiálu při simulovaném štípacím testu krychle s proměnnou relativní délkou zářezu. K numerické simulaci testu se využilo softwaru metody konečných prvků ATENA; byly tak získány diagramy zatížení vs. otevření ústí trhliny, které posloužily k průzkumu a ověření funkčnosti lomového modelu „dvojitá K “. Pomocí tohoto modelu byly stanoveny hodnoty kohezivní a následně iniciační složky lomové houževnatosti, což v uvažovaném materiálu umožňuje kvantifikovat úroveň iniciace/propagace trhliny.

Klíčová slova

Kvazikřehký lom, štípací test, simulovaný experiment, iniciace lomu.

Abstract

Fracture initiation in quasi-brittle material during a simulated wedge splitting testing of a cube-shaped specimen with different relative notch lengths is presented in this paper. The numerical simulation of the test was performed using the ATENA finite element method software. Thus, load vs. crack mouth opening diagrams were obtained, which served to verify the functionality of the double- K fracture model. Using this model, the values of the initiation and cohesive components of fracture toughness were determined, allowing description of the level of crack initiation/propagation in quasi-brittle material.

Keywords

Quasi-brittle fracture, wedge-splitting test, numerical simulation, crack initiation.

1 ÚVOD

Pro predikci či posouzení chování stavebních konstrukcí/prvků vyrobených/vytvořených z kvazikřehkých materiálů (typicky beton) jsou běžně používány numerické nástroje umožňující modelování nejen elastického či elasto-plastického působení, ale i procesů porušování. Tyto nástroje (založené často na metodě konečných prvků (MKP) [3] či fyzikální diskretizaci kontinua [4]) mají obvykle implementován některý ze skupiny nelineárních lomových modelů simulujících kohezivní

¹ Ing. Ivana Havlíková, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 116, e-mail: havlikova.i@fce.vutbr.cz.

² Ing. Tomáš Pail, dtto, tel.: (+420) 541 147 116, e-mail: pail.t@fce.vutbr.cz.

³ Ing. Hana Šimonová, dtto, tel.: (+420) 541 147 116, e-mail: simonova.h@fce.vutbr.cz.

⁴ Doc. Ing. Zbyněk Keršner, CSc., dtto, tel.: (+420) 541 147 362, e-mail: kersner.z@fce.vutbr.cz.

⁵ Ing. Václav Veselý, Ph.D., dtto, tel.: (+420) 541 147 362, e-mail: vesely.v1@fce.vutbr.cz.

povahu šíření porušení kvazikřehkým materiálem [1, 7, 19]. Parametry těchto modelů se určují ze záznamů lomových zkoušek – buď přímo některou z vyhodnocovacích metod postavených na zmíněných lomových modelech (např. metoda lomové práce [13], metoda vlivu velikosti [14]), nebo s využitím inverzní analýzy, na kterou lze aplikovat pokročilé identifikační metody [20].

Vyhodnocením záznamů zkoušek pomocí stávajících metod můžeme ovšem obdržet hodnoty lomových parametrů ovlivněné velikostí a tvarem testovaného tělesa a zkušební geometrií (okrajovými podmínkami testu). Takovéto parametry proto nemusejí být důvěryhodnými vstupy pro analýzu konstrukce za použití výše zmíněných numerických nástrojů. Obdobně zkrácený popis lomu může vycházet i z metod, které vyhodnocují parametry lomových modelů nepřímo – pomocí identifikačních metod – v případě, že je tato procedura aplikována na výsledky pouze jednoho typu testu a velikosti/tvaru zkušebního tělesa. Efekty vlivu velikosti/geometrie/okrajů zkušebního tělesa ovlivňují totiž přímo zaznamenané zatěžovací křivky, pomocí nichž je inverzní analýza prováděna.

Poznamenejme, že obě skupiny metod pro určování parametrů kvazikřehkých lomových modelů jsou na Ústavu stavební mechaniky FAST VUT v Brně dlouhodobě zkoumány.

Lomové modely pro beton nejčastěji vycházejí z geometrie zkoušek těles se zářezem, podrobených tříbodovému ohybu, anebo těles s drážkou a zářezem namáhaných klínovým štípáním [2, 7]. Takový je i model „dvojí K“ (double-K, případně double-K double-G – viz [12, 22–29, 9, 10]). Principiálně jde v tomto modelu o kombinaci konceptu kohezivních sil působících na fiktivní (efektivní) trhlinu s kritériem rozvoje trhliny založeném na faktoru intenzity napětí. Pomocí tohoto modelu lze určit kritické otevření kořene trhliny a lomovou houževnatost (případně houževnatost), resp. popsat různé úrovně šíření trhliny: iniciační, která odpovídá počátku stabilního šíření trhliny (při dosažení úrovně faktoru intenzity napětí rovné K_{lc}^{ini} , případně hnací síly trhliny G_{lc}^{ini}), a úroveň nestabilního šíření trhliny (při dosažení lomové houževnatosti K_{lc} , případně houževnatosti G_{lc}).

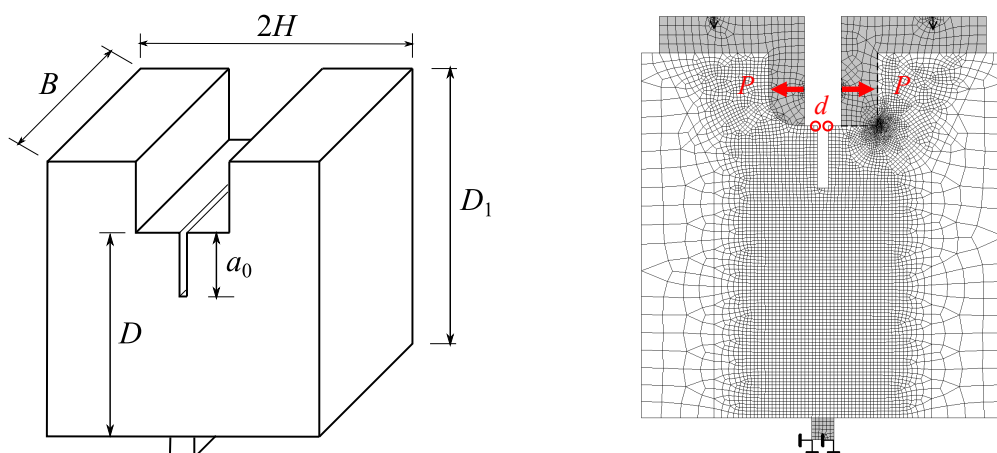
Aplikace modelu „dvojí K“ v tuzemsku není běžná [8], avšak světová vědecká a odborná veřejnost zájem o tento model stupňuje. V říjnu 2011 vznikla technická komise (TC) RILEM, v jejímž čele stojí prof. Shilang Xu a Dr. Shailendra Kumar. Úkolem komise je prozkoumat kritéria související s modelem „dvojí K“, jehož použití se zdá být nezávislé na velikosti vzorků, a pokusit se na základě dalších rozsáhlých experimentálních a numerických ověření připravit dokument RILEM, využitelný pro mezinárodní normotvorné aktivity v oblasti betonu a betonových konstrukcí. Poznamenejme, že kritéria modelu „dvojí K“ byla použita k posouzení bezpečnosti velkých betonových konstrukcí (přehrad) v čínské národní normě číslo DL/T5332-2005, vydané v roce 2005.

V předkládaném příspěvku je vyhodnocena parametrická studie vybraného modelu štípacího testu krychle se zářezem simulovaná pomocí MKP softwaru ATENA [3].

2 NUMERICKÁ SIMULACE LOMOVÉHO EXPERIMENTU

Geometrii zkušebního tělesa pro štípací test ukazuje schéma na Obr. 1 vlevo, kde D_1 značí výšku, $2H$ šířku a B tloušťku vzorku; a_0 je hloubka počátečního zářezu. Hodnoty parametrů použité v numerické studii jsou uvedeny v Tab. 1.

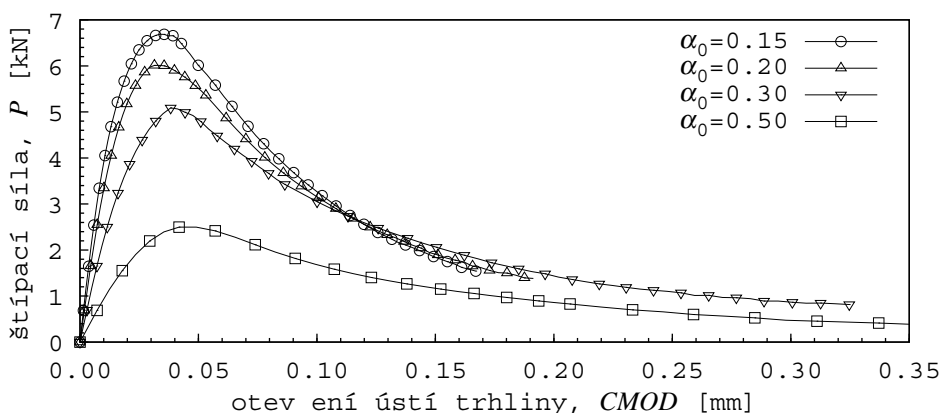
Model štípacího testu na vzorku připraveném z krychle o hraně 100 mm (vycházející z předpokladu kvazikřehkého působení materiálu) byl vytvořen v prostředí softwaru ATENA 2D [3], viz Obr. 1 vpravo. Uvažoval se stav rovinné deformace. Zde prezentované výsledky jsou vybrány z rozsáhlé studie zaměřené na vliv proporcí těles pro štípací test na jeho průběh a následné vyhodnocení lomových parametrů [15–18, 21]. Ve zmiňované studii bylo uvažováno více tvarů a velikostí těles, různé varianty sítě konečných prvků lišících se především hustotou sítě v oblastech předpokládaného poškození (tj., pro zde prezentovaný model, v centrální části tělesa mezi zářezem a podporou a v oblasti koutu drážky). V testech vlivu hustoty sítě v oblasti ligamentu tělesa na dosaženou lomovou odezvu nebyly (v použitém rozsahu velikosti prvků odpovídající cca polovině až dvojnásobku velikosti prvku zobrazeného na Obr. 1 vpravo) pozorovány rozdíly. Pozornost byla věnována také vlivu vlastností kontaktu mezi ocelovými příložkami a vlastním vzorkem.



Obr. 1: Geometrie vzorku pro štípací test (vlevo), MKP model vč. znázornění okrajových podmínek

Studie pokrývala širokou škálu (kvazi)křehkosti cementových kompozitů, jež byla kvantifikována hodnotou charakteristické délky materiálu. Pro simulace byl použit lomově-plastický materiálový model implementovaný v použitém softwaru. Jako základní materiál, jehož charakteristická délka se zvyšovala, resp. snižovala změnou parametrů kohezivní funkce, byl uvažován beton o krychelné pevnosti 75 MPa. Tomuto materiálu také odpovídají výsledky vyhodnocované ve zde prezentované studii.

Modely byly připraveny pro více hodnot relativní délky zářezu α_0 (tj. poměru vzdálenosti mezi působištěm vodorovné složky zatěžovací síly a vrcholem zářezu ke vzdálenosti mezi působištěm zatěžovací síly a dolním okrajem zkušebního tělesa), a to 0.125; 0.15; 0.2; 0.3 a 0.5. Pro nejkratší z uvedených délek zářezů porušení vzorku iniciovalo v koutě drážky pro vnášení zatížení, tato relativní délka zářezu tedy není do zde prezentované studie začleněna. Výsledky numerické simulace štípacího testu použitelné pro tuto studii jsou shrnuty v Obr. 2 ve formě diagramu síla vs. otevírání ústí trhliny/zářezu (P – $CMOD$) pro jednotlivé uvažované relativní délky zářezu.



Obr. 2: Výsledky numerických simulací štípacího testu ve formě závislosti P – $CMOD$ pro jednotlivé testované vzorky s relativní délkou zářezu α_0

3 APLIKACE LOMOVÉHO MODELU „DVOJÍ K “

Vstupní data pro model „dvojí K “ jsou shrnuta v Tab. 1, a to pro výše popsané vzorky s různými délkami zářezu (tj. s různým poměrem α_0). Označení P_i zde vyjadřuje vybranou štípací sílu

odečtenou z lineární části odezvy testu (P – $CMOD$ diagramu), které odpovídá otevření ústí trhliny $CMOD_i$. Dále P_{\max} značí maximální hodnotu zaznamenaného zatížení, kterému odpovídá kritické rozevření ústí trhliny $CMOD_c$.

Dále použitá metodika určení parametrů lomové houževnatosti modelu „dvojí K^c “ při štípacím testu byla vyvinuta [24] jako alternativa experimentálního přístupu [22, 23]. Vyžaduje numerické určení kohezivní složky faktoru intenzity napětí K_{lc}^c , která může být vykládána jako zvýšení odolnosti proti šíření trhliny způsobené přemostování kameniva v lomové procesní zóně nacházející se v oblasti před čelem tzv. volné trhliny (tj. trhliny bez transferu napětí). Při znalosti hodnoty lomové houževnatosti K_{lc}^{un} lze pak vyčíslit tzv. iniciační složku faktoru intenzity napětí K_{lc}^{ini} . Vztah uvedených parametrů vyjadřuje následující výraz:

$$K_{lc}^{un} = K_{lc}^{ini} + K_{lc}^c \quad (1)$$

Tab. 1: Vstupní parametry modelu „dvojí K^c “ ze zaznamenaných P – $CMOD$ křivek

Vzorek číslo	Rozměry $D \times 2H \times B$ [mm \times mm \times mm]	α_0 [–]	P_i [N]	$CMOD_i$ [mm]	P_{\max} [N]	$CMOD_c$ [mm]
1	80 \times 100 \times 100	0.15	2103	0.00472	6687	0.03372
2	80 \times 100 \times 100	0.2	1657	0.00453	6011	0.03343
3	80 \times 100 \times 100	0.3	2091	0.00928	5088	0.03827
4	80 \times 100 \times 100	0.5	690	0.00722	2498	0.04909

3.1 Určení lomové houževnatosti K_{lc}^{un}

Lomová houževnatost K_{lc}^{un} je definována jako kritická hodnota faktoru intenzity napětí na kořeni efektivní trhliny odpovídající maximálnímu zatížení P_{\max} a může být interpretována jako odpor proti šíření nestabilní trhliny. Pro určení tohoto parametru lze použít následující výraz lineární elastické lomové mechaniky [22–24]:

$$K_{lc}^{un} = \frac{P_{\max}}{BD} \sqrt{DF}(\alpha_c), \quad \text{kde} \quad \alpha_c = \frac{a_c + H_0}{D + H_0}, \quad (2)$$

$$F(\alpha_c) = \frac{(2 + \alpha_c)(0,886 + 4,64\alpha_c - 13,32\alpha_c^2 + 14,72\alpha_c^3 - 5,6\alpha_c^4)}{(1 - \alpha_c)^{3/2}}. \quad (3)$$

V uvedených vztazích jsou maximální zatížení P_{\max} a kritická délka efektivní trhliny a_c vstupními parametry, které získáme z naměřeného P – $CMOD$ diagramu (viz Obr. 2), H_0 reprezentuje tloušťku svorky držáku extenzometru (pro dále uvedené výpočty uvažována hodnota $H_0 = 5$ mm) a B , D jsou rozměry vzorku dle Obr. 1 a Tab. 1.

Do vztahu (3) je tedy nutné spočítat kritickou délku efektivní trhliny a_c odpovídající maximálnímu zatížení (P_{\max}), např. z následujícího vzorce podle [11]:

$$CMOD_c = \frac{P_{\max}}{BE} V(\alpha_c), \quad \text{přičemž} \quad (4)$$

$$V(\alpha_c) = \left[2,163 + 12,219\alpha_c - 20,065\alpha_c^2 - 0,992\alpha_c^3 + 20,609\alpha_c^4 - 9,931\alpha_c^5 \right] \times \left(\frac{1 + \alpha_c}{1 - \alpha_c} \right)^2, \quad (5)$$

kde $CMOD_c$ je kritické otevření ústí trhliny při maximálním zatížení P_{\max} a E je modul pružnosti, který byl pro všechny testované vzorky dán konstantně $E = 41.9$ GPa.

3.2 Stanovení kohezivní složky lomové houževnatosti K_{lc}^c

Jak bylo naznačeno, kohezivní složka lomové houževnatosti K_{lc}^c může být popsána jako míra disipace energie v oblasti lomové procesní zóny, která je dána transferem kohezivního napětí mezi líci efektivní trhliny. Ke stanovení hodnoty K_{lc}^c je nutné přijmout předpoklad o rozložení kohezivního napětí σ podél této trhliny. Nejčastějším přístupem v modelech kohezivní trhliny je definování kohezivního napětí σ v závislosti na rozevření líců trhliny w jako tzv. funkci tahového změkčení $\sigma(w)$.

Z důvodu zjednodušení se v popisu modelu „dvoji K “ (viz [22, 23]) uvažuje lineární průběh rozložení kohezivního napětí po délce efektivní trhliny, přičemž se současně předpokládá lineární průběh samotného rozevření líců trhliny po její délce. Pro kritickou hodnotu zatížení P_{max} , kdy se šíření trhliny stává nestabilním, tak postačuje stanovit tzv. kritické otevření trhliny $CTOD_c$ v místě vrcholu počátečního zářezu podle [6] ze vztahu:

$$CTOD_c = CMOD_c \left(\left(1 - \frac{a_0}{a_c} \right)^2 + \left(1,081 - 1,149 \frac{a_c}{D} \right) \left(\frac{a_0}{a_c} - \left(\frac{a_0}{a_c} \right)^2 \right) \right)^{1/2}. \quad (6)$$

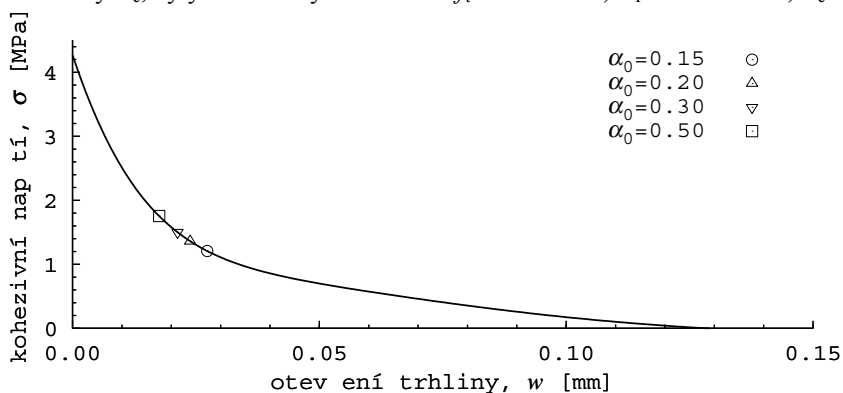
Následně je možné jednoduše formulovat vlastní lineární funkční předpis pro průběh kohezivního napětí po délce efektivní trhliny např. v podobě

$$\sigma \left(\frac{x}{a_c} \right) = \sigma(CTOD_c) + \frac{\frac{x}{a_c} - \frac{a_0}{a_c}}{1 - \frac{a_0}{a_c}} (f_t - \sigma(CTOD_c)), \quad (7)$$

kde

$$0 \leq COD \leq CTOD_c \text{ a } a_0 \leq x \leq a_c. \quad (8)$$

Označení $\sigma(CTOD_c)$ zde představuje hodnotu kohezivního napětí v místě vrcholu počátečního zářezu, kde rozevření trhliny COD dosáhne právě kritické hodnoty $CTOD_c$. Hodnotu $\sigma(CTOD_c)$ lze odečíst ze standardně používaných funkcí tahového změkčení, které jsou aplikovány v modelech kohezivní trhliny (viz např. [10]). Pro potřeby předkládané studie se proto uvažovala funkce tahového změkčení s exponenciálním průběhem podle [5], která byla použita při simulacích štípacího testu – viz Obr. 3. Parametry této funkce, tj. tahová pevnost f_t , lomová energie G_F a jím odpovídající limitní rozevření líců trhliny w_c , byly uvažovány hodnotami: $f_t = 4.27$ MPa, $G_F = 106.7$ J/m², $w_c = 0.129$ mm.



Obr. 3: Funkce změkčení podle [5] s vyznačenými hodnotami kohezivního napětí $\sigma(CTOD_c)$ stanovenými pro kritické rozevření líců trhliny jednotlivých vzorků s relativní délkou zářezu α_0

Pro srovnání byla pro výpočet kohezivní lomové houževnatosti dále uvažována varianta rozdělení kohezivního napětí po výšce efektivní trhliny přímo ve tvaru korespondujícím s použitou

funkcí tahového změkčení podle [5]. Přitom však zůstal v platnosti zjednodušující předpoklad o lineárním průběhu rozevření líců trhliny w po délce efektivní trhliny.

Jakmile je známo rozložení kohezivního napětí podél efektivní trhliny, lze vyčíslit hodnotu kohezivní složky lomové houževnatosti numerickou integrací:

$$K_{lc}^c = \int_{a_0/a_c}^1 \frac{2\sqrt{a_c}}{\sqrt{\pi}} \sigma(U) F(U, V) dU, \quad (9)$$

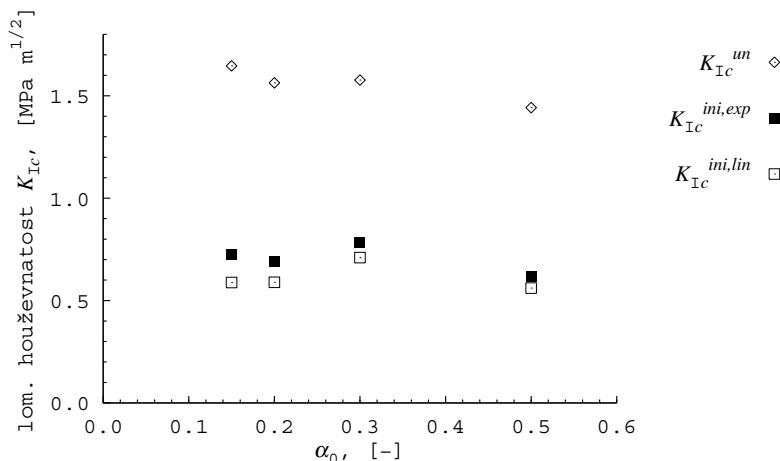
ve které vystupuje Greenova funkce $F(U, V)$ daná podle [23] výrazem (10).

$$F(U, V) = \frac{3,52(1-U)}{(1-V)^{3/2}} - \frac{4,35-5,28U}{(1-V)^{1/2}} + \left(\frac{1,30-0,30U^{3/2}}{(1-U^2)^{1/2}} + 0,83-1,76U \right) [1-(1-U)V] \quad (10)$$

Ve výrazech (9) resp. (10) jsou použity substituce $U = x/a_c$ a $V = a_c/D$, označení $\sigma(U)$ pak představuje funkci rozložení kohezivního napětí definovanou pro proměnnou U podle vztahů (6, 7, 8). Pro vyčíslení integrálu (9) lze použít některou z metod numerické integrace zohledňující singularitu Greenovy funkce na hranici definovaného integrálu (v našem případě byla použita metoda vícenásobné numerické integrace po částech pomocí Gaussovy kvadratury).

3.3 Vyhodnocení výsledků

Vybrané výsledky z výše popsané studie uvádí Obr. 4, ve kterém jsou pro uvažované relativní hloubky zářezu a_0/D vyneseny hodnoty lomové houževnatosti K_{lc}^{un} a její iniciační složky K_{lc}^{ini} , určené pro obě použité varianty průběhu kohezivního napětí po délce efektivní trhliny. Při použití exponenciálního průběhu tohoto napětí se hodnoty K_{lc}^{ini} pohybují těsně pod polovinou hodnoty lomové houževnatosti K_{lc}^{un} , přičemž hodnoty K_{lc}^{ini} vypočtené s uvažováním lineárního a exponenciálního průběhu kohezivního napětí se liší o 5 až bezmála 20 %.



Obr. 4: Porovnání lomové houževnatosti a její iniciační složky s ohledem na použitý průběh kohezivního napětí po délce efektivní trhliny pro jednotlivé vzorky, resp. hodnoty α_0

4 ZÁVĚR

Autoři příspěvkem reagují na obnovený zájem odborné veřejnosti v oblasti numerického a experimentálního zkoumání iniciace lomu kvazikřehkých stavebních materiálů typu betonu. Byla zde využita parametrická studie odezvy vybraného modelu štipacího testu krychle s proměnnou relativní délkou zářezu provedená v softwaru metody konečných prvků ATENA. Ze simulovaných diagramů síla vs. otevření ústí zářezu se vyhodnocovala lomová houževnatost a pomocí lomového

modelu „dvoji K “ byla vyčíslována kohezivní složka lomové houževnatosti a následně byl dopočítáván faktor intenzity napětí odpovídající iniciaci lomu modelového kvazikřehkého materiálu. Byla ověřena funkčnost lomového modelu „dvoji K “ pro zmíněný lomový test. Uvažovaly se dvě varianty průběhu napětí podél efektivní trhliny, a ačkoliv se hodnoty iniciační složky lomové houževnatosti vypočtené s uvažováním lineárního a exponenciálního průběhu tohoto napětí lišily maximálně o 5 až 20 procent, dělo se tak při využití exponenciální varianty na stranu nebezpečnou – hodnoty faktoru intenzity napětí byly přeceňovány.

PODĚKOVÁNÍ

Práce na příspěvku byly podporovány projektem juniorského specifického vysokoškolského výzkumu na VUT v Brně registrovaným na VUT pod č. FAST-J-11-25/1313, přičemž se částečně využilo výsledků projektu GA ČR č. P105/11/1551.

LITERATURA

- [1] BAŽANT, Z. P. & J. PLANAS. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*. 1st ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1998. 640 pp. ISBN-13: 978-0849382840.
- [2] BRÜHWILER, E. & F. H. WITTMANN. The wedge splitting test, a new method of performing stable fracture mechanics tests. *Engineering fracture mechanics*. 1990, Vol. 35, No. 1-3: pp. 117–125.
- [3] ČERVENKA, V., L. JENDELE & J. ČERVENKA. *ATENA Program documentation – Part 1: theory*. 2007. Červenka Consulting, Praha.
- [4] FRANTÍK, P. *FyDiK application*, <http://www.kitnarf.cz/fydik>, 2007–2011.
- [5] HORDIJK, D. A. *Local approach to fatigue of concrete*. 1991. Delft University of Technology.
- [6] JENQ, Y. S. & S. P. SHAH. Two parameter fracture model for concrete. *Journal of Engineering Mechanics*. 1985, Vol. 111, No. 10: pp. 1227–1241.
- [7] KARIHALOO, B. L. *Fracture mechanics of concrete*. 1995. Longman Scientific & Technical, New York.
- [8] KERŠNER, Z. & D. MATESOVÁ. Jak funguje model „dvoji K “ u betonových vzorků. In: *Sborník semináře Problémy lomové mechaniky*. Brno, 2001, pp. 60–63. ISBN 80-214-1906-7.
- [9] KUMAR, S. & S. V. BARAI. Equivalence between stress intensity factor and energy approach based fracture parameters of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*. 2009, Vol. 76, No. 9: pp. 1357–1372.
- [10] KUMAR, S. & S. V. BARAI. Effect of softening function on the cohesive crack fracture parameters of concrete CT specimen. *Sadhana*. 2009, Vol. 34, No. 6: pp. 987–1015.
- [11] MURAKAMI, Y. *Stress Intensity Factors Handbook I, II, III*. 1987. Pergamon Press, Oxford.
- [12] REINHARDT, H. W. & S. XU. Crack extension resistance based on the cohesive force in concrete. *Engineering Fracture Mechanics*. 1999, Vol. 64, No. 5: pp. 563–587.
- [13] RILEM Committee FMT 50. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams. *Materials and Structures*. 1985, Vol. 18, No. 4: pp. 287–290.
- [14] RILEM Committee FMT 89. Size-effect method for determining fracture energy and process zone size of concrete. *Materials and Structures*. 1990, Vol. 23, No. 6: pp. 461–465.
- [15] ŘOUTIL, L., V. VESELÝ & Z. KERŠNER. Numerické simulace Wedge-Splitting testu na kvazikřehkých materiálech – vliv křehkosti materiálu na volbu proporcí zkušebního tělesa. *Dílčí výzkumná zpráva CIDEAS*. 2010.

- [16] ŘOUTIL, L., V. VESELÝ & S. SEITL. Numerical study of wedge-splitting test on concrete specimens. In: Sborník konference *Applied Mechanics 2010*. Jablonec nad Nisou, 2010. J. Blekta (Ed.). TU Liberec, pp. 107–110. ISBN 978-80-7372-586-0.
- [17] ŘOUTIL, L., V. VESELÝ & S. SEITL. Fracture analysis of cube- and cylinder-shaped WST specimens made of cementitious composites with various characteristic length. *Key Engineering Materials*. 2012, Vols. 488–489, pp. 533–536. ISSN: 1662-9795
- [18] ŘOUTIL, L., V. VESELÝ, S. SEITL & J. KLUSÁK. Posouzení geometrie zkušebního tělesa pro WST kvazikřehkých kompozitů: Numerická studie. In: Sborník konference *Křehký lom 2010 – Design a porušování materiálů*. Brno, 2010. I. Dlouhý (Ed.). Ústav fyziky materiálů AV ČR, v.v.i., pp. 201–212. ISBN 978-80-87434-01-7.
- [19] SHAH, S. P., S. E. SWARTZ & CH. OUYANG. *Fracture mechanics of structural concrete: Applications of fracture mechanics to concrete, rock, and other quasi-brittle materials*. 1995. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [20] ŠTAFKA, M. & P. FRANTÍK. Model for high precision approximation of load deflection diagrams. In: Sborník konference *Engineering Mechanics 2010*. Svratka, 2010. ISBN 978-80-87012-26-0.
- [21] VESELÝ, V., L. ŘOUTIL & S. SEITL. Wedge-splitting test – determination of minimal starting notch length for various cement based composites. Part I: Cohesive crack modelling. *Key Engineering Materials*. 2011, Vols. 452–453, pp. 77–80. ISSN: 1662-9795
- [22] XU, S. & H. W. REINHARDT. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part I: Experimental investigation of crack propagation. *International Journal of Fracture*. 1999, Vol. 98, No. 2: pp. 111–149.
- [23] XU, S. & H. W. REINHARDT. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part II: Analytical evaluating and practical measuring methods for three-point bending notched beams. *International Journal of Fracture*. 1999, Vol. 98, No. 2: pp. 151–177.
- [24] XU, S. & H. W. REINHARDT. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part III: Compact tension specimens and wedge splitting specimens. *International Journal of Fracture*. 1999, Vol. 98, No. 2: pp. 179–193.
- [25] XU, S., H. W. REINHARDT, Z. WU & Y. ZHAO. Comparison between the double-K fracture model and the two parameter fracture model. *Otto-Graf-Journal*. 2003, Vol. 14, pp. 131–158.
- [26] XU, S. & X. ZHANG. Determination of fracture parameters for crack propagation in concrete using an energy approach. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008, Vol. 75, No. 15: pp. 4292–4308.
- [27] XU, S., Y. ZHAO & Z. WU. Study on the average fracture energy for crack propagation in concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2006, Vol. 18, No. 6: pp. 817–824.
- [28] ZHANG, X. & S. XU. A comparative study on five approaches to evaluate double-K fracture toughness parameters of concrete and size effect analysis. *Engineering Fracture Mechanics*. 2011, Vol. 78, No. 10: pp. 2115–2138.
- [29] ZHAO, Y., S. XU & Z. WU. Variation of fracture energy dissipation along evolving fracture process zones in concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2007, Vol. 19, No. 8: pp. 625–633.

Oponentní posudek vypracoval:

Prof. Ing. Michal Šejnoha, Ph.D., DSc., Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze.

Doc. Ing. Jiří Němeček, Ph.D., Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze.